

Name:

Datum:

### Stationenlernen Kondensator T5 - Auswertung durch Halbwertszeitbestimmung (Entladung)

Beim Entladen eines mit der Ladung  $Q_0 = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  aufgeladenen Kondensators mit unbekannter Kapazität  $C$  über einen Widerstand mit  $R = 100 \text{ k}\Omega$  wurde die folgende Messreihe aufgenommen:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
U <sub>c</sub> in V	10,00	6,53	4,27	2,79	1,82	1,19	0,78	0,51	0,33	0,22
I in A	-1,00E-04	-6,53E-05	-4,27E-05	-2,79E-05	-1,82E-05	-1,19E-05	-7,78E-06	-5,09E-06	-3,32E-06	-2,17E-06

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie aus dieser Messreihe die unbekannt Kapazität  $C$  durch Ablesen der sogenannten **Halbwertszeit**  $t_H$  bestimmt werden kann.

Diese Halbwertszeit  $t_H$  hat folgende Bedeutung: Aus der Mathematik ist bekannt, dass es beim exponentiellem Abfallen von Werten immer eine feste Zeitspanne gibt, nach der sich die Werte jeweils halbieren, d.h. am Ende der Zeitspanne sind die Werte halb so groß wie zu Anfang der Zeitspanne. Diese für das exponentielle Abfallen charakteristische Zeitspanne bezeichnet man als Halbwertszeit  $t_H$ .

Die Theorie hat bereits gezeigt, dass beim Entladen eines mit der Ladung  $Q_0$  aufgeladenen Kondensators mit der Kapazität  $C$  über einen Widerstand  $R$  der zeitliche Verlauf  $U_C(t)$  der Spannung über dem Kondensator durch die Funktion  $U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$  mit  $U_0 = \frac{Q_0}{C}$  und der zeitliche Verlauf  $I(t)$  der Stromstärke in der Schaltung durch die Funktion  $I(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$  mit  $I_0 = \frac{Q_0}{RC}$  beschrieben werden kann.

Aus diesen Ergebnissen können zwei wichtige Schlussfolgerungen gezogen werden:

1. Beide Funktionen  $U_C(t)$  und  $I(t)$  sind Exponentialfunktion, so dass die Methode der Halbwertszeitbestimmung angewandt werden kann.
2. Die Kapazität  $C$  und der Widerstand  $R$  sind die entscheidenden Größen für den Verlauf dieser Exponentialfunktionen und bestimmen somit die Halbwertszeit.

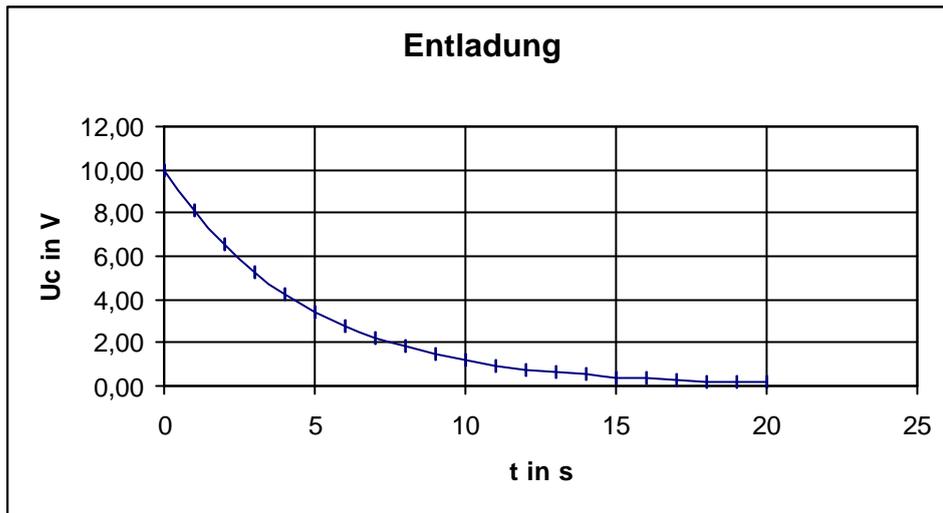
Wie die Halbwertszeit  $t_H$ , die Kapazität  $C$  und der Widerstand  $R$  genau zusammenhängen kann wieder nur theoretisch hergeleitet werden.

#### **Arbeitsauftrag:**

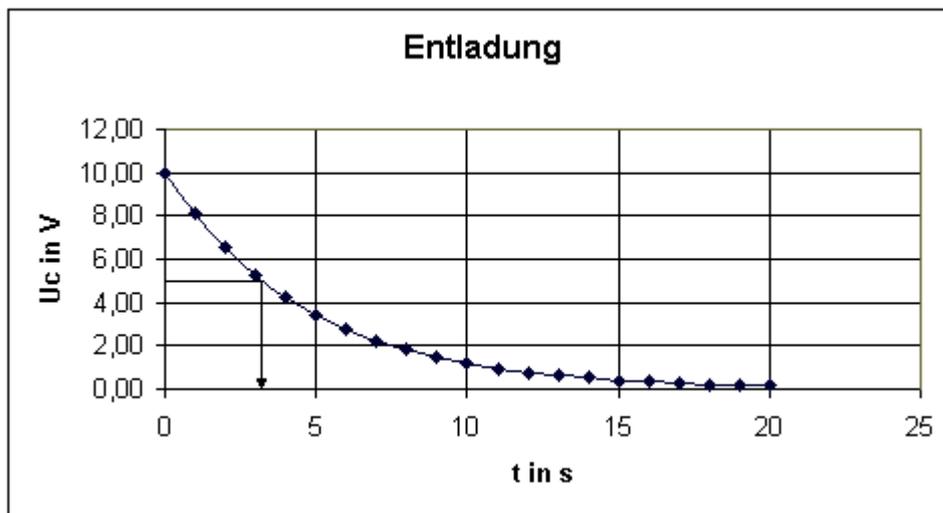
Zeige allgemein mit Hilfe der Gleichung  $U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$  mit  $U_0 = \frac{Q_0}{C}$ , dass die Spannung  $U_C(t)$  nach der sogenannten Halbwertszeit  $t_H = R \cdot C \cdot \ln(2)$  auf die Hälfte der Anfangsspannung  $U_0$  abgefallen ist.

Damit sind alle Voraussetzungen geschaffen, um aus der Messreihe die unbekannt Kapazität  $C$  durch Ablesen der Halbwertszeit zu bestimmen:

**1. Schritt:** Fertige in einem geeigneten Koordinatensystem den  $t - U_C$  - Graph an.



**2. Schritt:** Lies aus dem Graphen die Zeit  $t_H$  ab, nach der die Spannung über dem Kondensator auf die Hälfte der Anfangsspannung  $U_0$  abgefallen ist.



Es ergibt sich hier  $t_H \approx 3,3s$ .

**3. Schritt:** Bestimme aus der abgelesenen Halbwertszeit (hier:  $t_H \approx 3,3s$ ) und dem Widerstand  $R$  (hier:  $R = 100k\Omega$ ) die Kapazität  $C$ :

$$\text{Aus } t_H = R \cdot C \cdot \ln(2) \text{ folgt } C = \frac{t_H}{R \cdot \ln(2)} \approx \frac{3,3s}{100k\Omega \cdot \ln(2)} \approx 47\mu F$$

**Bemerkung:** Analog kann man auch mit der Stromstärke  $I$  vorgehen. Die Halbwertszeit  $t_H = R \cdot C \cdot \ln(2)$  ist in diesem Fall die Zeit, nach der Betrag der Stromstärke  $I(t)$  auf die Hälfte des Betrages der Anfangs-

stromstärke  $I_0 = \frac{Q_0}{RC}$  abgefallen ist.