

Name:

Datum:

Stationenlernen Kondensator T6 - Auswertung durch Linearisierung (Aufladung)

Beim Aufladen eines Kondensators mit unbekannter Kapazität C über einen Widerstand mit $R = 100\text{k}\Omega$ durch eine Elektrische Quelle mit der Nennspannung $U_0 = -10\text{V}$ wurde die folgende Messreihe aufgenommen:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Uc in V	0,00	3,47	5,73	7,21	8,18	8,81	9,22	9,49	9,67	9,78
I in A	1,00E-04	6,53E-05	4,27E-05	2,79E-05	1,82E-05	1,19E-05	7,78E-06	5,09E-06	3,32E-06	2,17E-06

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie aus dieser Messreihe die unbekannt Kapazität C durch **Linearisieren des $t - U_C - \text{Diagramms}$** bestimmt werden kann.

Die Theorie hat bereits gezeigt, dass beim Aufladen eines Kondensators mit der Kapazität C über einen Widerstand R der zeitliche Verlauf $U_C(t)$ der Spannung über dem Kondensator durch die Funktion

$U_C(t) = -U_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$ und der zeitliche Verlauf $I(t)$ der Stromstärke in der Schaltung durch die Funktion $I(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ beschrieben werden kann, wobei U_0 die Nennspannung der benutzten Elektrischen Quelle ist.

Aus diesen Ergebnissen kann die Schlussfolgerungen gezogen werden, dass beide Funktionen $U_C(t)$ und $I(t)$ Exponentialfunktion sind, so dass die Methode des Linearisierens angewandt werden kann.

Wie genau die Funktion $U_C(t)$ linearisiert werden muss kann wieder nur theoretisch hergeleitet werden.

Arbeitsauftrag:

Vollziehe die folgenden Rechenschritte nach:

$$U_C(t) = -U_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) \quad \text{Rechte Seite ausmultiplizieren; } | + U_0$$

$$\Leftrightarrow U_C(t) + U_0 = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \begin{array}{l} | : 1V \text{ zum Entfernen der Einheiten vor dem Logarithmieren;} \\ | \cdot (-1), \text{ damit beide Seiten positiv werden;} \\ | \ln \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{-U_0 - U_C}{1V} \right) = -\frac{1}{RC}t + \ln \left(\frac{-U_0}{1V} \right) \quad \text{Die rechte Seite hat nun die Form einer Lineare Funktion mit der Variablen } t.$$

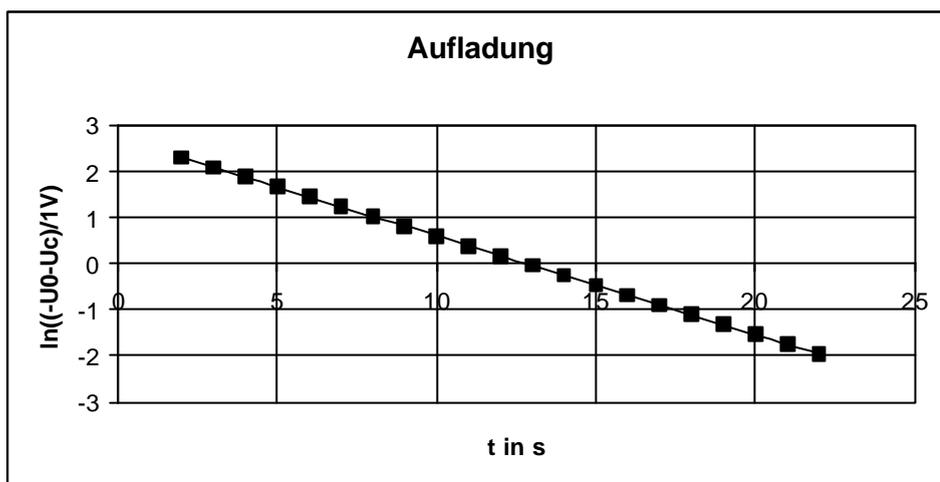
Damit ist gezeigt, dass der $t - \ln \left(\frac{-U_0 - U_C}{1V} \right)$ Graph eine Gerade mit der Steigung $m = -\frac{1}{RC}$ und dem y-Achsenabschnitt $n = \ln \left(\frac{-U_0}{1V} \right)$ ist.

Damit sind alle Voraussetzungen geschaffen, um aus der Messreihe die unbekannt Kapazität C durch Linearisieren zu bestimmt:

1. Schritt: Berechne zu jedem gemessenen Spannungswert U_c den Wert $\ln\left(\frac{-U_0 - U_c}{1V}\right)$:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
U_c in V	0,00	3,47	5,73	7,21	8,18	8,81	9,22	9,49	9,67	9,78
$\ln\left(\frac{-U_0 - U_c}{1V}\right)$	2,30	1,88	1,45	1,03	0,60	0,17	-0,25	-0,68	-1,10	-1,53

2. Schritt: Fertige in einem geeigneten einen Koordinatensystem den $t - \ln\left(\frac{-U_0 - U_c}{1V}\right)$ -Graph an:



3. Schritt: Lies aus dem Graphen die Steigung m ab:

$$\text{hier: } m \approx -0,21 \frac{1}{s}.$$

4. Schritt: Bestimme aus der abgelesenen Steigung m (hier: $m \approx -0,21 \frac{1}{s}$) und dem Widerstand R (hier: $R = 100k\Omega$) die Kapazität C :

$$\text{Aus } m = -\frac{1}{RC} \text{ folgt } C = -\frac{1}{R \cdot m^{\text{hier}}} \approx -\frac{1}{100k\Omega \cdot (-0,21 \frac{1}{s})} \approx 47\mu F$$

Bemerkung: Analog kann man auch mit der Stromstärke I vorgehen. Die Steigung $m = -\frac{1}{RC}$ ist in diesem Fall die Steigung des $t - \ln\left(\frac{I}{1A}\right)$ -Graphen.